

舰艇运动姿态实时预测方法研究

张 忆, 宋俊才, 李 坤

(中国船舶重工集团有限公司第七一〇研究所, 湖北 宜昌 443003)

摘要:针对某艇载发射装置稳定控制系统中舰艇姿态数据因采样和传输产生的延迟问题,建立组合 Kalman 滤波隔点预测算法的数学模型,并采用算法流程调整法、衰减记忆法和平方根法对预测算法进行改进优化,实现对舰艇横纵摇运动姿态精确实时的预测。通过 Matlab 软件对优化前后的预测算法进行仿真验证。实验结果表明,改进优化后的组合 Kalman 滤波隔点预测算法满足舰艇上发射装置稳定控制系统姿态实时预测的需求。

关键词:稳定控制; 姿态数据; 实时预测; Kalman 滤波

中图分类号:TP274 文献标识码:A 文章编号:1000-8829(2021)06-0095-05

doi:10.19708/j.ckjs.2021.06.017

Real-Time Prediction Method of Ship Motion Attitude

ZHANG Yi, SONG Jun-cai, LI Kun

(No. 710 Research and Development Institute, CSIC, Yichang 443003, China)

Abstract: In order to solve the problem of delay caused by the sampling and transmission of ship attitude data in the stability control system of a shiplauncher, a mathematical model of the combined Kalman filter interval prediction algorithm is established. The algorithm flow adjustment method, attenuation memory method and square root method are used to improve and optimize the prediction algorithm. The accurate and real-time prediction of ship rolling attitude is realized. The prediction algorithm before and after optimization is simulated by Matlab software. The experimental results show that the improved combined Kalman filter interval prediction algorithm can meet the requirements of real-time attitude prediction of the launch device stability control system on the ship.

Key words: stability control; attitude data; real-time prediction; Kalman filter

舰艇在较高的海况条件下作战时,舰艇上的武器发射装置会随着海浪的波动产生摇摆,这直接影响发射装置发射角的精度,进而影响武器系统整体作战效能的发挥。发射装置在发射过程中,发射角的坐标与目标位置的坐标需要保持相对固定,所以需要对发射装置进行稳定控制。稳定控制系统主要是通过姿态方位参考系统采集舰艇的运动姿态,控制系统对运动姿态数据进行处理和运算,输出控制信号对发射装置进行控制,从而保持发射装置的相对稳定。在稳定控制系统中姿态方位参考系统采集姿态数据有一定的采样

周期,数据传输到稳定控制系统中需要传输时间,所以需要实时对舰艇的运动姿态数据进行预测。

舰艇运动姿态的预测主要采用自回归(Autoregressive Model, AR)模型、灰色 GM(1,1)预测模型、人工神经网络方法、BP 预测模型、极限学习机方法、长短记忆网络、Volterra 级数模型等方法^[1-6], 大多数预测算法具有动态更新困难、预测效率差、算法复杂度高等特点,不能满足本发射装置稳定控制系统中对于实时预测的效率和计算需求。Kalman 滤波是一种适用于实时计算的递推线性最小方差滤波器,具有实时性高

收稿日期:2020-09-16

引用格式:张忆,宋俊才,李坤.舰艇运动姿态实时预测方法研究[J].测控技术,2021,40(6):95-99.

ZHANG Y, SONG J C, LI K. Real-Time Prediction Method of Ship Motion Attitude [J]. Measurement & Control Technology, 2021, 40(6):95-99.

和计算复杂程度低的特点,可以用于实时预测舰艇的运动姿态。

本文基于 Kalman 滤波预测算法,提出了组合 Kalman 滤波隔点预测算法对舰艇的横纵摇运动姿态进行实时预测,首先对组合 Kalman 滤波隔点预测算法进行了介绍,然后采用算法流程调整法、衰减记忆法和平方根法对预测算法改进优化,最后采用 Matlab 对优化前后的算法进行仿真实验。通过对分析仿真结果可知,改进优化的算法解决了运动姿态数据因采样和传输产生的延迟问题,满足发射装置对舰艇姿态实时预测的需求。

1 组合 Kalman 滤波隔点预测算法

1.1 组合 Kalman 隔点预测法原理

姿态方位参考系统测量的舰艇运动姿态数据需要传输给控制系统,其中数据采集和数据传输存在时间延迟,因此需要将应用当前采集数据预测下一点采集数据的 Kalman 滤波预测法修改为预测第 2 点采集数据的方法,即 Kalman 隔点预测法^[7]。将两个 Kalman 隔点预测法组合起来,称为组合 Kalman 隔点预测法,其预测周期 T_t 为数据采样周期的 2 倍。以数据前面的 4 个点为已知采样数据,组合 Kalman 滤波隔点预测算法的原理如图 1 所示。

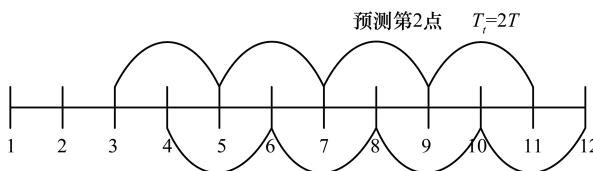


图 1 组合 Kalman 滤波隔点预测算法的原理图

1.2 Kalman 滤波预测算法

舰艇运动姿态的状态方程和量测方程为^[8-13]

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t-1) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t-1) + \mathbf{W}(t-1) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X}(t)$ 为舰艇 t 时刻的运动状态; \mathbf{A} 为状态转移阵, 将 $t-1$ 时刻状态和 t 时刻状态联系起来; $\mathbf{X}(t-1)$ 为舰艇 $t-1$ 时刻的运动状态; \mathbf{B} 为舰艇姿态控制输入 $\mathbf{U}(t-1)$ 的增益矩阵; $\mathbf{U}(t-1)$ 为 $t-1$ 时刻可选的舰艇姿态控制输入; $\mathbf{W}(t-1)$ 为舰艇姿态输入高斯白噪声, 为零均值、方差阵为 \mathbf{Q} 的不相关白噪声; $\mathbf{Z}(t)$ 为对舰艇运动姿态的测量信号; \mathbf{H} 为测量矩阵, 表示状态变量 $\mathbf{X}(t)$ 对测量变量 $\mathbf{Z}(t)$ 的增益; $\mathbf{V}(t)$ 为测量噪声, 为零均值、方差阵为 \mathbf{R} 的不相关白噪声。

预测估计的公式为

$$\hat{\mathbf{X}}_t = \mathbf{A}\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{U}_{t-1} \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_t = \mathbf{A}\mathbf{P}_{t-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (4)$$

式中, $\hat{\mathbf{X}}_t$ 为 t 时刻舰艇姿态的预测估计值; \mathbf{X}_{t-1} 为 $t-1$ 时刻的舰艇运动姿态; \mathbf{U}_{t-1} 为 $t-1$ 时刻可选的舰艇姿态控制输入; $\hat{\mathbf{P}}_t$ 为 t 时刻舰艇姿态的预测误差协方差矩阵; \mathbf{P}_{t-1} 为 $t-1$ 时刻舰艇姿态的误差协方差矩阵; \mathbf{A}^T 为状态转移阵的转置; \mathbf{Q} 为舰艇姿态输入高斯白噪声的方差阵。

滤波增益矩阵的公式为

$$\mathbf{K}_{g(t)} = \hat{\mathbf{P}}_t \mathbf{H}^T / (\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_t \mathbf{H}^T + \mathbf{R}) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{K}_{g(t)}$ 为 t 时刻舰艇姿态的滤波增益矩阵; \mathbf{H}^T 为测量矩阵的转置; \mathbf{R} 为测量噪声的方差。

滤波估计的公式为

$$\mathbf{X}_t = \hat{\mathbf{X}}_t + \mathbf{K}_{g(t)} (\mathbf{Z}_t - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_t) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{g(t)} \mathbf{H}) \hat{\mathbf{P}}_t \quad (7)$$

式中, \mathbf{X}_t 为 t 时刻舰艇姿态的滤波估计值; \mathbf{P}_t 为 t 时刻舰艇姿态的滤波误差协方差矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵。

本研究中假设在舰艇没有控制输入的情况下对运动姿态进行实时预测,式(3)变为

$$\hat{\mathbf{X}}_t = \mathbf{A}\mathbf{X}_{t-1} \quad (8)$$

根据上述 Kalman 滤波公式的描述,可得到 Kalman 滤波预测流程,如图 2 所示。

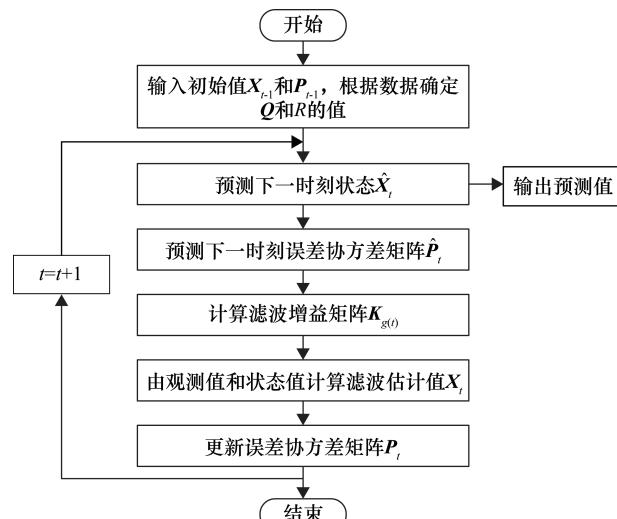


图 2 Kalman 滤波预测流程图

2 组合 Kalman 滤波隔点预测算法优化

对组合 Kalman 滤波隔点预测算法进行分析,其算法是先输出预测值,之后加入测量值计算估计值,预测值与测量值间存在滞后;实际的控制系统不能得到准确的舰艇运动姿态模型,导致预测算法中的新测量值对预测值的修正作用下降,旧测量值的修正作用相对上升;预测算法在计算过程中存在舍入误差积累,可能导致计算发散。基于以上原因,需要采用算法流程调整法、衰减记忆法和平方根法对预测算法进行改进优

化。

2.1 算法流程调整法

采用算法流程调整法解决预测值与测量值间存在滞后的问题,调整组合 Kalman 滤波隔点预测算法的计算流程,先对舰艇姿态的滤波增益矩阵和滤波估计的公式进行计算,然后对预测估计的公式进行计算。则式(4)~式(8)调整为

$$\mathbf{K}_{g(t)} = \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{H}^T / (\mathbf{H} \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{H}^T + R) \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{K}_{g(t)} (\mathbf{Z}_t - \mathbf{H} \mathbf{X}_{t-1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{g(t)} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{t-1} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_t = \mathbf{A} \mathbf{X}_t \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_t = \mathbf{A} \mathbf{P}_t \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (13)$$

调整后的 Kalman 滤波预测流程如图 3 所示。

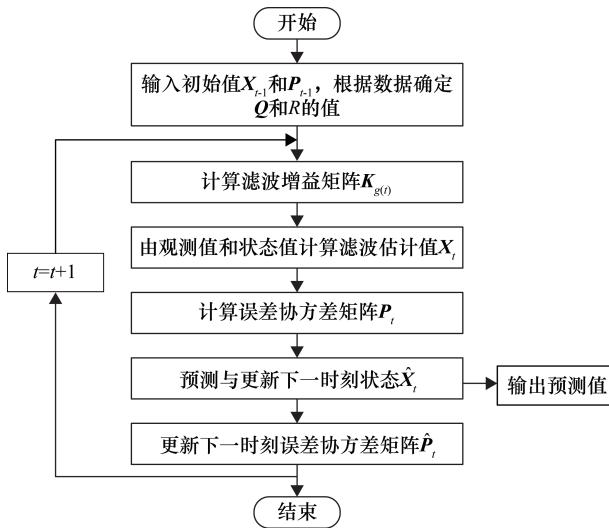


图 3 调整后的 Kalman 滤波预测流程图

2.2 衰减记忆法

针对预测算法中的新测量值对预测值的修正作用下降、旧测量值的修正作用相对上升的问题,采用衰减记忆法予以解决。实际运用中采用的衰减记忆法通过逐渐减小旧测量值的权重,同时增加新测量值的权重^[14]来实现。与组合 Kalman 滤波隔点预测算法方程相比,衰减记忆法的不同之处在于舰艇姿态的预测误差协方差矩阵的计算公式(式(13))中多了一个标量因子 s ,即

$$\hat{\mathbf{P}}_t = \mathbf{A} (\mathbf{P}_t \times s) \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (14)$$

式中, s 为标量因子。

2.3 平方根法

组合 Kalman 滤波隔点预测算法在计算过程中的舍入误差积累会导致 \mathbf{P}_{t-1} 和 \mathbf{P}_t 丧失非负定性, \mathbf{P}_{t-1} 和 \mathbf{P}_t 的非负定性将使 $\mathbf{K}_{g(t)}$ 的计算失真,从残差中提取的补偿信息越来越不准确,最后造成计算发散。采用平方根法解决计算发散的问题,在计算过程中不是计算

\mathbf{P}_{t-1} 和 \mathbf{P}_t ,而是计算 \mathbf{P}_{t-1} 和 \mathbf{P}_t 的平方根,从而抑制计算发散^[15]。

由矩阵理论可知,任意非零矩阵 $\mathbf{L}_{n \times m}$ 与其转置矩阵 \mathbf{L}^T 的乘积是非负定的, \mathbf{L} 称为矩阵的平方根。进行平方根计算时采用乔莱斯基(Cholesky)分解法对误差协方差矩阵进行下三角分解。

设非负定阵 $\mathbf{P}_{3 \times 3}$ 为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中, P_{ij} 为非负定阵 \mathbf{P} 的元素。

设 \mathbf{P} 的下三角分解矩阵 Δ 和其转置矩阵 Δ^T 为

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{11} & 0 & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & 0 \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta^T = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} \\ 0 & \delta_{22} & \delta_{32} \\ 0 & 0 & \delta_{33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{P} = \Delta \times \Delta^T \quad (18)$$

式中, δ_{ij} 为非负定阵 Δ 的元素; Δ 为 \mathbf{P} 的下三角分解矩阵; Δ^T 为矩阵 Δ 的转置矩阵。

将式(9)和式(11)调整为

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{t-1} = \Delta_{t-1} \Delta_{t-1}^T \\ \mathbf{M}_{t-1} = \Delta_{t-1}^T \mathbf{H}^T \\ \mathbf{N}_{t-1} = (\mathbf{H} \Delta_{t-1} \Delta_{t-1}^T \mathbf{H}^T + R)^{-1} \\ \mathbf{O}_{t-1} = (1 + \sqrt{N_{t-1} R})^{-1} \\ \mathbf{K}_{g(t)} = \mathbf{N}_{t-1} \Delta_{t-1} \mathbf{M}_{t-1} \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \Delta_t = \Delta_{t-1} - \mathbf{O}_{t-1} \mathbf{K}_{g(t)} \mathbf{M}_{t-1}^T \\ \mathbf{P}_t = \Delta_t \Delta_t^T \end{cases} \quad (20)$$

式中, Δ_{t-1} 为 \mathbf{P}_{t-1} 的下三角分解矩阵; Δ_{t-1}^T 为矩阵 Δ_{t-1} 的转置矩阵; \mathbf{M}_{t-1} 为中间矩阵; N_{t-1} 和 O_{t-1} 为中间变量; \mathbf{M}_{t-1}^T 为矩阵 \mathbf{M}_{t-1} 的转置矩阵; Δ_t 为 \mathbf{P}_t 的下三角分解矩阵; Δ_t^T 为矩阵 Δ_t 的转置矩阵。

综上所述,改进优化后的组合 Kalman 滤波隔点预测算法与改进优化前的算法相比,具有如下优点:①前者改变了算法的计算流程,先对舰艇姿态的滤波增益矩阵和滤波估计的公式进行计算,然后对预测估计的公式进行计算;②前者在预测误差协方差矩阵的计算式子中添加了一个标量因子 s ;③前者对 \mathbf{P}_{t-1} 和 \mathbf{P}_t 进行下三角分解,运用矩阵的平方根参与计算。改进优化算法可以提高预测算法的预测精度,增加新测量值对预测值的修正作用,同时抑制预测算法在计算过程中的计算发散;其比改进优化前的算法更符合实际运用的需求,更能满足稳定控制系统对舰艇运动姿态预测值的需要。

3 仿真实验

3.1 仿真数据模型

本文以姿态方位参考系统测量的舰艇近海横摇数据为仿真原始数据,数据的采样周期 T 为 0.5 s,共有 480 个横摇数据。前 40 个横摇数据如表 1 所示。

表 1 前 40 个横摇数据表

时间 /s	横摇角 /°						
0.5	-1.17	4.5	-0.05	8.5	-1.26	12.5	-0.65
1.0	-1.13	5.0	0.00	9.0	-1.44	13.0	-0.36
1.5	-1.04	5.5	-0.03	9.5	-1.56	13.5	-0.11
2.0	-0.90	6.0	-0.13	10.0	-1.60	14.0	0.08
2.5	-0.71	6.5	-0.30	10.5	-1.54	14.5	0.23
3.0	-0.52	7.0	-0.52	11.0	-1.41	15.0	0.27
3.5	-0.33	7.5	-0.77	11.5	-1.21	15.5	0.21
4.0	-0.16	8.0	-1.03	12.0	-0.94	16.0	0.07

3.2 初始值和参数输入

舰艇的横摇数据是通过姿态方位参考系统测量得到的解耦数据,其横摇运动为非线性的,为了简化运动模型,假设舰艇横摇两点之间做等加速直线运动,并通过实时更新横摇角度、角速度和角加速度减小非线性对预测精度的影响。由等加速直线运动的运动规律可以得到状态方程的公式为

$$\begin{bmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \\ \ddot{x}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ \dot{x}_{t-1} \\ \ddot{x}_{t-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中, T 为数据的采样周期。

所以,可以得到状态转移阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (22)$$

根据横摇数据前 3 个点可以得到初始角度、初始角速度和初始角加速度,其共同组成了初始值矩阵 X_{t-1} ;组合 Kalman 滤波隔点预测算法的预测步长 T_p 为 1 s;初始矩阵 P_{t-1} 的元素取任意假定的非零值,本文中取值如式(23)所示;查阅资料可以得到,在工程实际中舰艇姿态输入高斯白噪声的方差阵 Q 一般取单位矩阵,如式(24)所示,方差阵 Q 中的元素值增大,预测算法的均方根误差减小;测量噪声的方差 R 是根据姿态方位参考系统的型号和技术指标,其测量横纵摇的误差为 0.1°, R 确定为 0.01, 方差 R 增大,预测算法的均方根误差增大;由姿态方位参考系统得到的数据为舰艇横摇角度位置,所以测量矩阵 H 为式(25)。在仿真实验中,测量值直接读取对应时刻的 480 个横摇数据,衰减记忆滤波的标量因子 s 在仿真中确定为

100。

$$P_{t-1} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$H = [1 \ 0 \ 0] \quad (25)$$

3.3 仿真结果

根据初始值和参数的输入,采用 Matlab 对组合 Kalman 滤波隔点预测算法和优化后的组合 Kalman 滤波隔点预测算法进行仿真,仿真结果如图 4 和 5 图所示。

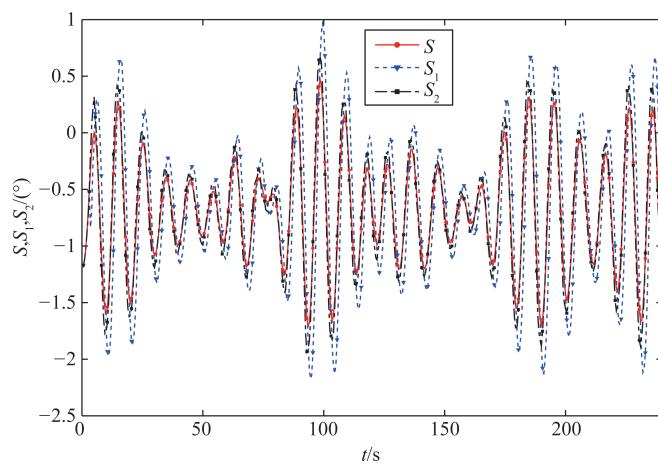


图 4 横摇角度预测结果图

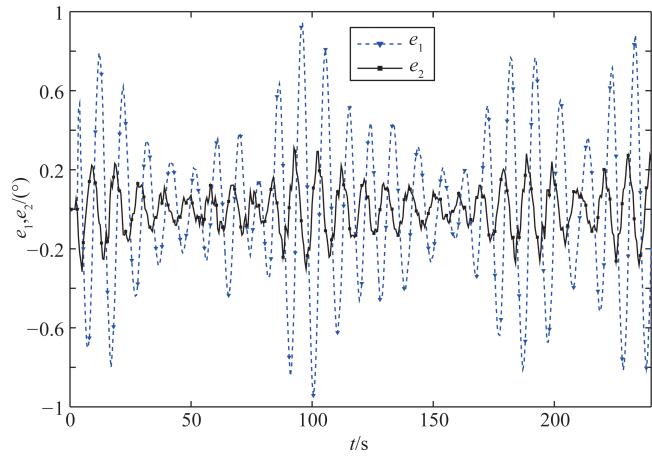


图 5 横摇角度预测误差图

图 4 中,实线 S 为姿态方位参考系统测量的近海舰艇横摇数据,点线 S_1 为组合 Kalman 滤波隔点预测算法预测的数据,点画线 S_2 为优化后组合 Kalman 滤波隔点预测算法预测的数据。从图 4 的仿真结果可以分析,组合 Kalman 滤波隔点预测算法的预测数据与测量数据相比,存在数据滞后,优化后预测算法的预测数据滞后情况得到明显改善。

图5中,点线 e_1 为组合Kalman滤波隔点预测算法预测数据与测量数据的误差,实线 e_2 为优化后组合Kalman滤波隔点预测算法预测数据与测量数据的误差。从图5的仿真结果可以分析,优化后预测算法预测数据的误差比优化前预测数据的误差要小。

优化后的预测算法与优化前的算法相比,前者主要在采用平方根法对矩阵 P_{t-1} 和 P_t 计算时增加了计算量,根据仿真计算的时间估计,优化后的预测算法增加的计算量可以忽略不计。分别对两种算法的横摇角度预测误差求均方根,组合Kalman滤波隔点预测算法的均方根误差为 0.3935° ,优化后组合Kalman滤波隔点预测算法的均方根误差为 0.1173° 。优化后的预测算法的均方根误差比原算法减小 0.2762° ,根据稳定控制系统对运动姿态实时预测的精度要求,其均方根误差需要小于 0.2° ,优化后的预测算法满足姿态数据实时预测的需求。

4 结束语

本文提出了组合Kalman滤波隔点预测算法对舰艇的运动姿态数据进行预测,针对预测算法存在的预测值与测量值滞后、新测量值对预测值的修正作用下降和计算发散的问题,采用算法流程调整法、衰减记忆法和平方根法对预测算法进行改进优化。依据姿态方位参考系统测量的近海舰艇横摇数据,输入实际发射装置稳定控制系统的参数,采用Matlab软件对优化前后的预测算法进行仿真实验。通过将仿真结果与测量数据进行对比计算可知,改进优化后的预测算法的均方根误差小于 0.2° ,满足舰艇姿态数据实时预测的需求。后续将会把预测算法运用到实际舰艇上的发射装置稳定控制系统中,达到预测姿态数据的目的。

参考文献:

- [1] 侯敏,甄子洋,龚华军.基于自适应AR模型的甲板运动预估技术[J].飞行力学,2018(3):33–36.
- [2] 徐国庆,马建文,吴晨辉,等.基于Attention-LSTM神经网络的船舶航行预测[J].舰船科学技术,2019(23):177–

(上接第89页)

- [6] SRAVANI K, RAO R. Design of high throughput asynchronous FIR filter using gate level pipelined multipliers and adders[J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 2020, 48(8):1363–1370.
- [7] THOMSEN D K, SOE-KNUDSEN R, BRANDT D, et al. Smooth online time-varying input shaping with fractional delay FIR filtering[J]. Control Engineering Practice, 2019, 88: 21–37.
- [8] XIE J F, HE J J, TAN G Z. FPGA realization of FIR filters

180.

- [3] 杨金鸿,皇甫立,熊璋,等.基于长短记忆网络的舰船航迹预测方法[J].舰船电子工程,2019(8):30–33.
- [4] 严传续,孙慧,张帅.实船运动与包络的极短期预报分析[J].舰船科学技术,2019(11):43–47.
- [5] RICHTER M, SCHNEIDER K, WALSER D, et al. Real time-heave motion estimation using adaptive filtering techniques [C]//19th International Federation of Automatic Control Word Congress. 2014:10119–10125.
- [6] 刘锡祥,宋清,司马健,等.一种基于在线序贯极限学习机的大型舰船甲板态势预测方法[J].中国惯性技术学报,2016(2):269–274.
- [7] 袁洪印,孙永海,郭立红,等.组合Kalman隔点预测法的仿真适应性[J].吉林大学学报(工学版),2004,34(4):606–610.
- [8] OTT E, HUNT B R, SZUNYOGH I, et al. A local ensemble Kalman filter for atmospheric data assimilation[J]. Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography, 2004, 56(5): 415–428.
- [9] 严渐平,周佳加.水下无人航行器控制技术[M].北京:国防工业出版社,2015.
- [10] THOMBRE D V, NIRMAL J H, LEKHA D. Human detection and tracking using image segmentation and Kalman filter [C]//2009 International Conference on Intelligent Agent & Multi-Agent Systems. 2009:1–5.
- [11] OLFATI-SABER R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters [C]//Proceeding of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. 2005:8179–8184.
- [12] 王航宇,王士杰,李鹏.舰载火控原理[M].北京:国防工业出版社,2006.
- [13] JIN B, XIN M, CHENG Y. High-degree cubature Kalman filter [J]. Automatica, 2013, 49(2):510–518.
- [14] 李杨,胡柏青.基于改进衰减记忆滤波的组合导航算法研究[J].计算机仿真,2012,29(3):117–119.
- [15] 代桃高,李建文,赵静,等.一种改进的平方根滤波在卫星钟差实时解算中的应用[J].大地测量与地球动力学,2017,37(9):946–950.

□

for high-speed and medium-speed by using modified distributed arithmetic architectures [J]. Microelectronics Journal, 2010, 41(6):365–370.

- [9] 魏灵,杨日杰,崔旭涛.基于分布式算法的数字滤波器设计[J].仪器仪表学报,2008,29(10):2100–2104.
- [10] DU Y. A new method of filter coefficient quantization [J]. Application of Electronic Technique, 2019, 45(4):52–54.
- [11] JI K J, SUN Y. Design and comparison of digital filter based on MATLAB [J]. International Journal of Computational and Engineering, 2019, 4(1):13–15.

□